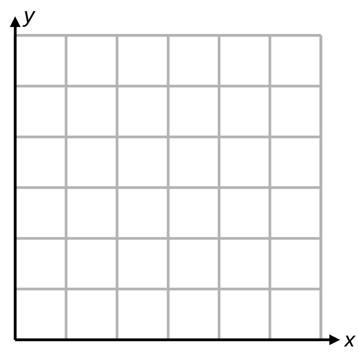
Nombre: ________________________________ Fecha: ____________

Actividad *NUMB3RS*: Centroides de polígonos irregulares

En “Índice de quema”, cuando una serie de personas aparentemente inconexas mueren víctimas de bombas postales, Don le pide a Charlie que ayude a descubrir el origen y el nexo entre las víctimas. Don y su equipo han determinado los lugares de donde se enviaron las bombas postales, dónde se compraron los sobres, una ferretería donde se compraron algunos de los componentes, etc. Empleando geo-perfiles, Charlie logra hallar el punto de partida de donde probablemente salió el remitente de la bomba a comprar los materiales.

Este punto de partida será el centroide del polígono determinado por los lugares que el equipo de Don ha hallado. Recuerda que el centroide es el punto de equilibrio del polígono. En otras palabras, si el polígono se colocara en la punta de un alfiler en su centroide, quedaría perfectamente equilibrado.

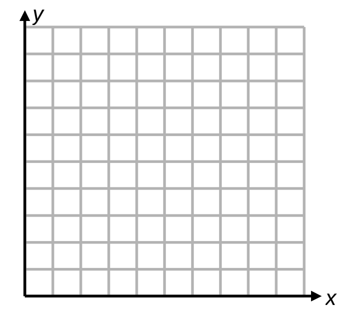
1. Supongamos que Don ha determinado que los puntos son (0, 0), (6, 0) y (3, 5.2) al representarse en un mapa. Traza los puntos y halla la ubicación del centroide encontrando la intersección de las tres medianas.



Este método funciona muy bien pero depende de construcciones geométricas, las que pueden ser problemáticas al tratarse de las coordenadas de un mapa dadas por el equipo de Don. Un método algebraico para resolver el problema hallaría el centroide usando la fórmula $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$.

2. Encuentra el centroide usando esta fórmula para confirmar su exactitud. Este método no puede ser usado para triángulos, pero sí para polígonos irregulares, que será la figura obtenida con los datos que suministrará el equipo de Don cuando se grafiquen.

3. Supón que se ha determinado que el remitente de la bomba empleó los siguientes lugares (1, 5), (3, 10), (2, 7), (6, 2), (7, 9), (10, 3) y (9, 7). Traza estos puntos en la cuadrícula y estima el centroide.



Patrick Flynn, Escuela Secundaria Olathe East, Olathe, KS

Para determinar la posición exacta del centroide, se ampliará la fórmula original de tal forma que:

$\bar{x}$ = promedio de las coordenadas *x*
$\bar{y}$ = promedio de las coordenadas *y*

Sea x_i la coordenada *x* en el punto *i*-ésimo, y_i la coordenada *y* en el punto *i-ésimo,* y *n* el número total de puntos de datos. Entonces, el centroide de los datos se puede resumir con las expresiones en el par ordenado $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}\right)$.

4. Calcula el centroide con esta fórmula nueva y verifica cuánto se aproximó tu estimado.

Para hallar la ubicación del remitente de la bomba, Charlie decide dar más peso a unos datos que a otros, dada su importancia para el remitente. Supón que los datos se ponderaron de la siguiente forma:

(1, 5) –	peso 2	(10, 3) –	peso 1
(3, 10) –	peso 1	(8, 9) –	peso 2
(2, 7) –	peso 3	(9, 7) –	peso 1
(6, 2) –	peso 1		

Para calcular el centroide ponderado, hará falta un cambio leve en la fórmula. Cada punto se debe multiplicar por su peso *m* antes de sumar y cada suma se debe dividir por el total de los pesos para todos los puntos.

Esto se asume con la expresión $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\right)$.

5. Calcula los centroides ponderados.

6. Usando el programa de calculadora suministrado por el profesor, calcula el centroide ponderado para los siguientes datos:

(1, 3) –	peso 3	(4, 8) –	peso 1
(8, 3) –	peso 1	(1, 1.3) –	peso 2
(0, 8) –	peso 2	(0, 6) –	peso 2
(5, 1) –	peso 1	(9, 8) –	peso 1
(3.5, 6) –	peso 1	(9, 11) –	peso 1

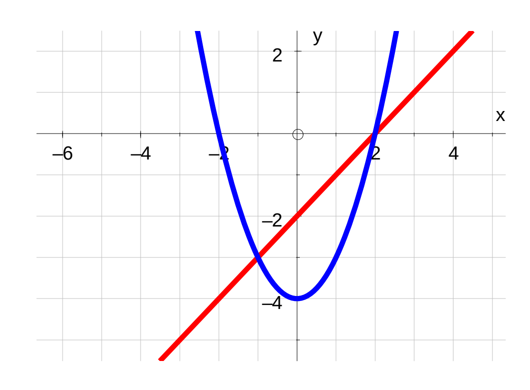
Patrick Flynn, Escuela Secundaria Olathe East, Olathe, KS

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensión: Encontrar el centroide de una curva suave

El centroide $(\bar{x}, \bar{y})$ para la región delimitada por $f(x)$ y $g(x)$ se define como $\bar{x} = \frac{M_y}{m}$ y $\bar{y} = \frac{M_x}{m}$, donde $M_y = \int_a^b x[f(x) - g(x)]\, dx$, $M_x = \int_a^b \left[\frac{f(x)+g(x)}{2}\right][f(x) - g(x)]\, dx$, y $m = \int_a^b [f(x) - g(x)]\, dx$.

Para hallar el centroide de la región delimitada por las dos ecuaciones $f(x) = x - 2$ y $g(x) = x^2 - 4$, observamos en la gráfica que las funciones se intersecan en (–1, –3) y (2, 0).



1. Halla m, M_y y M_x para $f(x)$ y $g(x)$ dados arriba.

$$m = \int_{-1}^{2} [x - 2 - (x^2 - 4)]\, dx =$$

$$M_y = \int_{-1}^{2} x[x - 2 - (x^2 - 4)]\, dx =$$

$$M_x = \int_{-1}^{2} \left[\frac{x - 2 + x^2 - 4}{2}\right][x - 2 - (x^2 - 4)]\, dx =$$

2. Usando los valores que encontraste arriba, ¿cuál es el valor de $\bar{x}$ y $\bar{y}$?

$$\bar{x} = \frac{M_y}{m} =$$

$$\bar{y} = \frac{M_x}{m} =$$

Patrick Flynn, Escuela Secundaria Olathe East, Olathe, KS